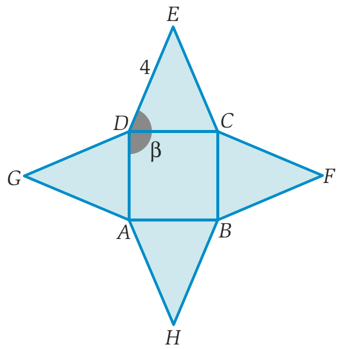
EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

12. Na figura abaixo está representada uma planificação de uma pirâmide quadrangular regular cujas arestas laterais medem 4.



Seja β a amplitude, em radianos, do ângulo *ADE* $\left(\beta \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[\right)$.

A aresta da base da pirâmide e, consequentemente, a área de cada uma das faces laterais variam em função de β.

a) Mostra que a área lateral da pirâmide é dada, em função de β, por $-64 \operatorname{sen}\beta \cos\beta$.

Sugestão: Começa por exprimir a área de uma face lateral em função da amplitude do ângulo *CDE*, que poderás designar por α.

b) Determina o valor da área lateral da pirâmide, sabendo que $\tan\beta = -\frac{1}{3}$.

c) Qual é o valor de β para o qual a área lateral da pirâmide é igual a $16\sqrt{2}$.

13. Os valores de k para os quais $\operatorname{sen}\alpha = 2k + 0{,}5$ e $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{6}\right]$ são:

(A) $\left[-\frac{1}{4}; 0\right]$ **(B)** $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ **(C)** $\left]-\frac{1}{4}; 0\right]$ **(D)** $\left]0; \frac{1}{2}\right]$

14. Considera a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = k - 4\cos(kx + 3)$, com $k \in \mathbb{R}^+$.

a) Qual deve ser o valor de k de modo que o contradomínio da função f seja $[-2; 6]$?

b) Determina o valor de k de modo que o período positivo mínimo da função f seja 4π.

I.4.2. Limites de funções trigonométricas

- $\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right) = 1$

De um modo geral, para $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, $\lim\limits_{ax \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}(ax)}{ax}\right) = 1$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

15. Calcula, caso existam, os limites seguintes.

a) $\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}(5x)}{x}\right)$

$$\lim_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}(5x)}{x}\right) = \lim_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}(5x)}{5x} \times 5\right) = \lim_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}(5x)}{5x}\right) \times 5 = 1 \times 5 = 5$$

b) $\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}(\pi - x)}{3x}\right)$

$$\lim_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}(\pi - x)}{3x}\right) = \lim_{x \to 0}\left(\frac{1}{3}\,\frac{\operatorname{sen}(x)}{x}\right) = \frac{1}{3} \times \lim_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}(x)}{x}\right) = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$$

c) $\lim\limits_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^+}\left(\frac{\operatorname{tg}(x)}{1 - \operatorname{sen} x}\right)$

$$\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^+}\left(\frac{\operatorname{tg}(x)}{1 - \operatorname{sen} x}\right) = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)^+}{1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} = \frac{-\infty}{1 - 1^-} = \frac{-\infty}{0^+} = -\infty$$

d) $\lim\limits_{x \to -\infty}\left(\frac{e^x \cos x}{x}\right)$

$$\lim_{x \to -\infty}\left(\frac{e^x \cos x}{x}\right) = \lim_{x \to -\infty}\left(\frac{e^x}{x}\right) \times \lim_{x \to -\infty}(\cos x) = \frac{e^{-\infty}}{-\infty} \times k = \frac{0}{-\infty} \times k = 0,$$

com $k \in [-1, 1]$, pois a função cosseno é limitada.

e) $\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{\cos\left(-\frac{\pi}{2} - x\right)}{\operatorname{sen}(3x)}\right)$

$$\lim_{x \to 0}\left(\frac{\cos\left(-\frac{\pi}{2} - x\right)}{\operatorname{sen}(3x)}\right) = \lim_{x \to 0}\left(\frac{-\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}(3x)}\right) = \lim_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}(x)}{x} \times \frac{3x}{\operatorname{sen}(3x)} \times \left(-\frac{1}{3}\right)\right) = -\frac{1}{3} \times 1 \times 1 = -\frac{1}{3}$$

f) $\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{tg} x . \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}{5x}\right)$

$$\lim_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{tg} x . \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}{5x}\right) = \lim_{x \to 0}\left(\frac{\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} . \cos x}{5x}\right) = \lim_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen} x}{5x}\right) = \frac{1}{5}\lim_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right) = \frac{1}{5} \times 1 = \frac{1}{5}$$

g) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}}\left(\frac{\cos(x)}{-\frac{\pi}{2} + x}\right)$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}}\left(\frac{\cos(x)}{-\frac{\pi}{2} + x}\right) = \lim_{y \to 0}\left(\frac{\cos\left(y + \frac{\pi}{2}\right)}{y}\right) = \lim_{y \to 0}\left(\frac{-\operatorname{sen}(y)}{y}\right) = \lim_{y \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}(y)}{y}\right) = -1 \times 1 = -1$$